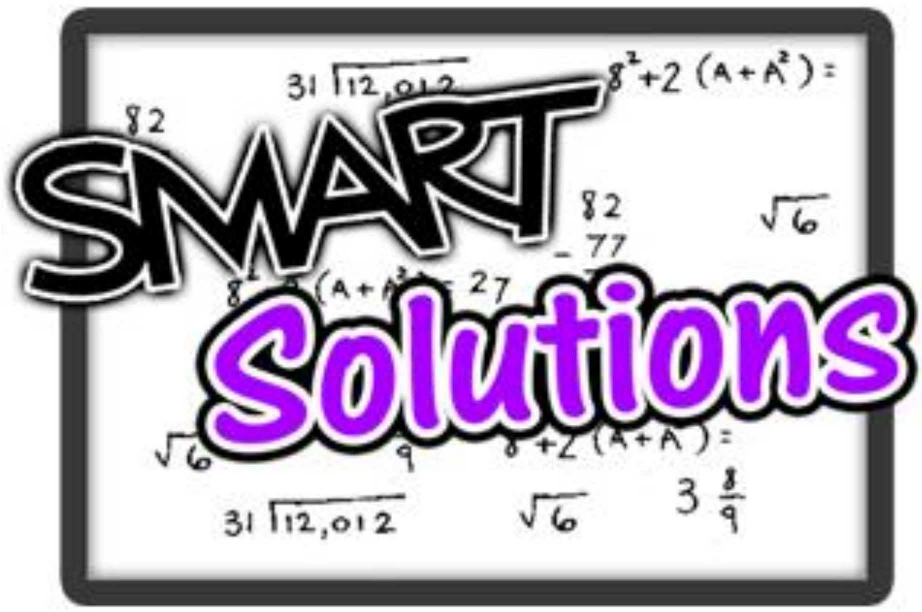
Smart Solution

UJIAN NASIONAL

TAHUN PELAJARAN 2012/2013

Disusun Sesuai Indikator Kisi-Kisi UN 2013



Matematika SMA

(Program Studi IPA)

Disusun oleh :

Pak Anang

SKL 5. Memahami konsep limit, turunan dan integral dari fungsi aljabar dan fungsi trigonometri, serta mampu menerapkannya dalam pemecahan masalah.

5. 1. Menghitung nilai limit fungsi aljabar dan fungsi trigonometri.

Limit Aljabar

Bentuk Umum

$$\lim_{x\to a} f(x)$$

Limit $x \to a$

"Jika $f(a)$ terdefinisi"

$$\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$$

"Jika $f(a) = \frac{0}{0}$"

$f(x)$ diubah sehingga pembuat nilai $\frac{0}{0}$ hilang.

Pemfaktoran

$$\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{\cancel{(x-a)}P(x)}{\cancel{(x-a)}Q(x)}$$

Sehingga hilanglah pembuat nilai $\frac{0}{0}$, yaitu $\frac{(x-a)}{(x-a)}$

$$\Rightarrow \lim_{x\to a} \frac{P(x)}{Q(x)}$$
$$\Rightarrow \frac{P(a)}{Q(a)}$$

Dikali Sekawan Akar

$$\lim_{x\to 2} \frac{\sqrt{2x}-2}{2x-4}$$

Bentuk limit tersebut memuat bentuk akar yaitu $\sqrt{2x}-2$, yang bentuk sekawannya $\sqrt{2x}+2$.

$$\Rightarrow \lim_{x\to 2} \frac{\sqrt{2x}-2}{2x-4} \times \frac{\sqrt{2x}+2}{\sqrt{2x}+2}$$
$$\Rightarrow \lim_{x\to 2} \frac{\cancel{(2x-4)}}{\cancel{(2x-4)}(\sqrt{2x}+4)}$$

Sehingga hilanglah pembuat nilai $\frac{0}{0}$, yaitu $\frac{2x-4}{2x-4}$

Aturan L'Hôpital

"Diturunkan"

$$\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Limit $x \to \infty$

"$\frac{1}{\infty}$ itu mendekati nol"

$$\lim_{x\to\infty} \frac{1}{x^n} = 0$$

Dibagi Variabel Pangkat Tertinggi

$$\lim_{x\to\infty} \frac{3x^2-2x+4}{5x^2+9x-3}$$

Nilai limit di atas adalah bentuk tak tentu $\frac{\infty}{\infty}$, bagilah semua suku pembilang dan penyebut dengan variabel pangkat tertinggi, yaitu x^2,

$$\Rightarrow \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{3x^2}{x^2}-\frac{2x}{x^2}+\frac{4}{x^2}}{\frac{5x^2}{x^2}+\frac{9x}{x^2}-\frac{3}{x^2}}$$
$$\Rightarrow \lim_{x\to 2} \frac{3-0+0}{5+0-0}$$
$$\Rightarrow \frac{3}{5}$$

Dikali Sekawan Akar

$$\lim_{x\to\infty} \sqrt{2x^2+3x-1}-\sqrt{2x^2-x+5}$$

Nilai limit adalah bentuk tak tentu $\infty-\infty$, kalikan dengan bentuk sekawan akar.

$$\lim_{x\to\infty} \sqrt{2x^2+3x-1}-\sqrt{2x^2-x+5} \times \frac{\sqrt{2x^2+3x-1}+\sqrt{2x^2-x+5}}{\sqrt{2x^2+3x-1}+\sqrt{2x^2-x+5}}$$

Setelah itu lanjutkan dengan membagi variabel pangkat tertinggi.

Limit Trigonometri

Sinus dan Tangen

"Coret Sinta"

$$\lim_{x\to0}\frac{\cancel{\sin}\,\cancel{x}}{\cancel{x}} = \lim_{x\to0}\frac{\cancel{x}}{\cancel{\sin}\,\cancel{x}} = 1$$

$$\lim_{x\to0}\frac{\cancel{\tan}\,\cancel{x}}{\cancel{x}} = \lim_{x\to0}\frac{\cancel{x}}{\cancel{\tan}\,\cancel{x}} = 1$$

$$\lim_{x\to0}\frac{\cancel{\sin}\,\cancel{x}}{\cancel{\tan}\,\cancel{x}} = \lim_{x\to0}\frac{\cancel{\tan}\,\cancel{x}}{\cancel{\sin}\,\cancel{x}} = 1$$

$$\lim_{x\to0}\frac{\cancel{\sin}\,\cancel{x}}{\cancel{\sin}\,\cancel{x}} = \lim_{x\to0}\frac{\cancel{\tan}\,\cancel{x}}{\cancel{\tan}\,\cancel{x}} = 1$$

$$\lim_{x\to0}\frac{\cancel{\sin}\,a\cancel{x}}{b\cancel{x}} = \lim_{x\to0}\frac{a\cancel{x}}{\cancel{\sin}\,b\cancel{x}} = \frac{a}{b}$$

$$\lim_{x\to0}\frac{\cancel{\tan}\,a\cancel{x}}{b\cancel{x}} = \lim_{x\to0}\frac{a\cancel{x}}{\cancel{\tan}\,b\cancel{x}} = \frac{a}{b}$$

$$\lim_{x\to0}\frac{\cancel{\sin}\,a\cancel{x}}{\cancel{\tan}\,b\cancel{x}} = \lim_{x\to0}\frac{\cancel{\tan}\,a\cancel{x}}{\cancel{\sin}\,b\cancel{x}} = \frac{a}{b}$$

$$\lim_{x\to0}\frac{\cancel{\sin}\,a\cancel{x}}{\cancel{\sin}\,b\cancel{x}} = \lim_{x\to0}\frac{\cancel{\tan}\,a\cancel{x}}{\cancel{\tan}\,b\cancel{x}} = \frac{a}{b}$$

Kosinus "Jahat"

"Hapus Kosinus"

$$\lim_{x\to0}\cancel{\cos x} = \lim_{x\to0}\frac{1}{\cancel{\cos x}} = 1$$

$$\lim_{x\to0}\cancel{\cos ax} = \lim_{x\to0}\frac{1}{\cancel{\cos ax}} = 1$$

Kosinus "Baik" adalah Kosinus yang menyebabkan nilai limit menjadi 0.

Ingat lagi identitas trigonometri

$$1-\cos x = 2\sin^2\frac{1}{2}x$$

$$1-\cos^2 x = \sin^2 x$$

Kosinus "Baik"

"Ubah Kosinus"

$$\lim_{x\to0}\frac{\mathbf{1-\cos x}}{x^2} = \lim_{x\to0}\frac{2\sin^2\frac{1}{2}x}{x^2} = \lim_{x\to0}2\cdot\frac{\cancel{\sin}\frac{1}{2}\cancel{x}}{\cancel{x}}\cdot\frac{\cancel{\sin}\frac{1}{2}\cancel{x}}{\cancel{x}}$$

$$\lim_{x\to0}\frac{\mathbf{\cos x-1}}{x^2} = \lim_{x\to0}\frac{-2\sin^2\frac{1}{2}x}{x^2} = \lim_{x\to0}-2\cdot\frac{\cancel{\sin}\frac{1}{2}\cancel{x}}{\cancel{x}}\cdot\frac{\cancel{\sin}\frac{1}{2}\cancel{x}}{\cancel{x}}$$

$$\lim_{x\to0}\frac{\mathbf{1-\cos ax}}{x^2} = \lim_{x\to0}\frac{2\sin^2\frac{1}{2}ax}{x^2} = \lim_{x\to0}2\cdot\frac{\cancel{\sin}\frac{1}{2}a\cancel{x}}{\cancel{x}}\cdot\frac{\cancel{\sin}\frac{1}{2}a\cancel{x}}{\cancel{x}}$$

$$\lim_{x\to0}\frac{\mathbf{\cos ax-1}}{x^2} = \lim_{x\to0}\frac{-2\sin^2\frac{1}{2}ax}{x^2} = \lim_{x\to0}-2\cdot\frac{\cancel{\sin}\frac{1}{2}a\cancel{x}}{\cancel{x}}\cdot\frac{\cancel{\sin}\frac{1}{2}a\cancel{x}}{\cancel{x}}$$

$$\lim_{x\to0}\frac{\mathbf{\cos ax-\cos bx}}{x^2} = \lim_{x\to0}\frac{2\sin^2\frac{1}{2}bx-2\sin^2\frac{1}{2}ax}{x^2} = \text{dst dst} \ldots$$

$$\lim_{x\to0}\frac{\mathbf{1-\cos^2 x}}{x^2} = \lim_{x\to0}\frac{\sin^2 x}{x^2} = \lim_{x\to0}\frac{\cancel{\sin}\,\cancel{x}}{\cancel{x}}\cdot\frac{\cancel{\sin}\,\cancel{x}}{\cancel{x}}$$

$$\lim_{x\to0}\frac{\mathbf{\cos^2 x-1}}{x^2} = \lim_{x\to0}\frac{-\sin^2 x}{x^2} = \lim_{x\to0}-\frac{\cancel{\sin}\,\cancel{x}}{\cancel{x}}\cdot\frac{\cancel{\sin}\,\cancel{x}}{\cancel{x}}$$

$$\lim_{x\to0}\frac{\mathbf{1-\cos^2 ax}}{x^2} = \lim_{x\to0}\frac{\sin^2 ax}{x^2} = \lim_{x\to0}\frac{\cancel{\sin}\,a\cancel{x}}{\cancel{x}}\cdot\frac{\cancel{\sin}\,a\cancel{x}}{\cancel{x}}$$

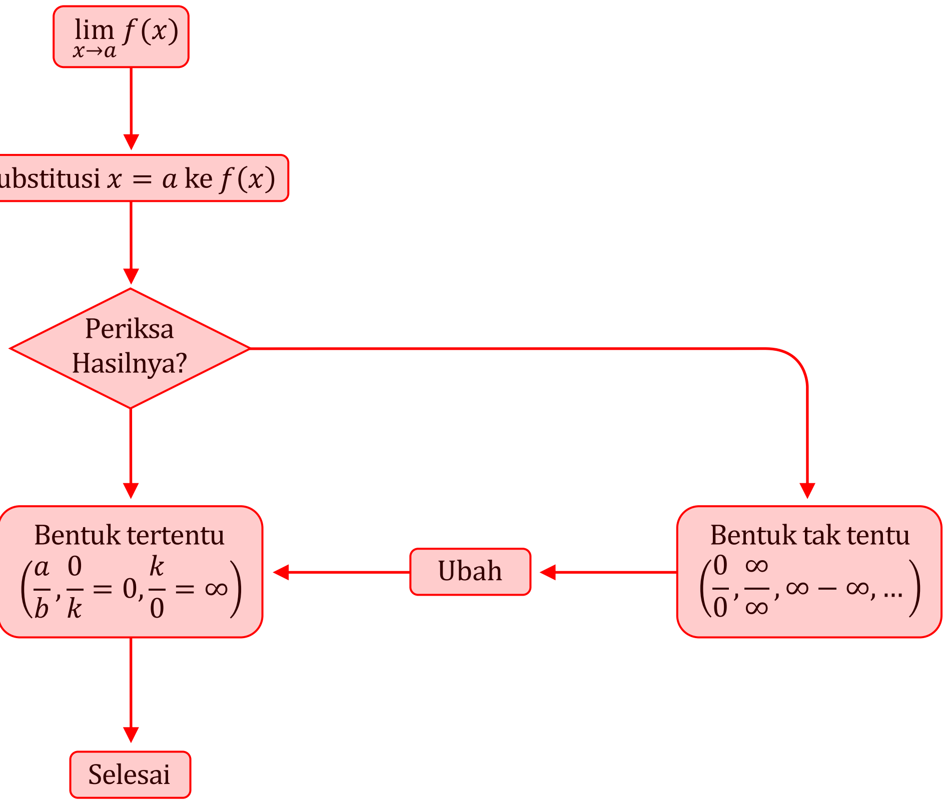
$$\lim_{x\to0}\frac{\mathbf{\cos^2 ax-1}}{x^2} = \lim_{x\to0}\frac{-\sin^2 ax}{x^2} = \lim_{x\to0}-\frac{\cancel{\sin}\,a\cancel{x}}{\cancel{x}}\cdot\frac{\cancel{\sin}\,a\cancel{x}}{\cancel{x}}$$

$$\lim_{x\to0}\frac{\mathbf{\cos^2 ax-\cos^2 bx}}{x^2} = \lim_{x\to0}\frac{\sin^2 bx-\sin^2 ax}{x^2} = \text{dst dst} \ldots$$

dst … dst …

LOGIKA PRAKTIS Pengerjaan Limit.

Secara umum proses mengerjakan soal limit adalah sebagai berikut:



TRIK SUPERKILAT dan LOGIKA PRAKTIS Limit Aljabar Menggunakan Aturan L'Hopital (Turunan).

Cara cepat untuk menyelesaikan limit aljabar yang menghasilkan bentuk tak tentu $\frac{0}{0}$ adalah dengan menggunakan aturan L'Hopital, yaitu mencari turunan dari pembilang dan penyebut. Lalu langkah berikutnya adalah disubstitusikan limitnya ke fungsi. Selesai.

Contoh:

$$\lim_{x \to 2} \frac{2x^2 - 7x + 6}{4x - 8} = \frac{0}{0}$$

Sehingga,

diturunkan

$$\lim_{x \to 2} \frac{\boxed{2x^2 - 7x + 6}}{\boxed{4x - 8}} = \lim_{x \to 2} \frac{\boxed{4x - 7}}{\boxed{4}} = \frac{4(2) - 7}{4} = \frac{8 - 7}{4} = \frac{1}{4}$$

disubstitusikan

diturunkan

Asal Muasal TRIK SUPERKILAT Limit Aljabar Menggunakan Modifikasi Aturan L'Hopital (Turunan Modifikasi).

Perhatikan misalkan kita hendak mencari penyelesaian dari:

$$\lim_{x\to a}\frac{\sqrt[n]{f(x)}-\sqrt[n]{g(x)}}{h(x)}=\ ....$$

Bentuk limit tersebut menghasilkan suatu nilai tak tentu yaitu $\frac{0}{0}$.
Jadi kesimpulannya adalah:

$$\lim_{x\to a}\frac{\sqrt[n]{f(x)}-\sqrt[n]{g(x)}}{h(x)}=\frac{0}{0}\quad\Rightarrow\quad\text{untuk } x\to a\begin{cases}\sqrt[n]{f(x)}-\sqrt[n]{g(x)}=0\Rightarrow\sqrt[n]{f(x)}=\sqrt[n]{g(x)}\\ h(x)=0\end{cases}$$

Maka, penyelesaiannya bisa menggunakan aturan L'Hopital, meskipun cukup panjang karena fungsi yang dilimitkan masih memuat bentuk akar.

Sehingga dengan menggunakan aturan L'Hopital:

$$\lim_{x\to a}\frac{\sqrt[n]{f(x)}-\sqrt[n]{g(x)}}{h(x)}=\lim_{x\to a}\frac{\frac{d}{dx}\left[\sqrt[n]{f(x)}-\sqrt[n]{g(x)}\right]}{\frac{d}{dx}[h(x)]}$$

$$\left(\text{ingat}\frac{d}{dx}\left(\sqrt[n]{f(x)}\right)=\frac{d}{dx}\left(f(x)\right)^{\frac{1}{n}}\right)$$

$$\left(\text{sehingga}\frac{d}{dx}\left(\sqrt[n]{f(x)}\right)=\frac{1}{n}\left(f(x)\right)^{\frac{1}{n}-1}\cdot f'(x)=\frac{f'(x)}{n\cdot\left(f(x)\right)^{\frac{n-1}{n}}}=\frac{f'(x)}{n\left(\sqrt[n]{f(x)}\right)^{n-1}}\right)$$

$$=\lim_{x\to a}\frac{\frac{f'(x)}{n\left(\sqrt[n]{f(x)}\right)^{n-1}}-\frac{g'(x)}{n\left(\sqrt[n]{g(x)}\right)^{n-1}}}{h'(x)}$$

$$\left(\text{ingat untuk } x\to a \text{ berlaku } \sqrt[n]{f(x)}=\sqrt[n]{g(x)}\right)$$

$$=\lim_{x\to a}\frac{\frac{f'(x)}{n\left(\sqrt[n]{f(x)}\right)^{n-1}}-\frac{g'(x)}{n\left(\sqrt[n]{f(x)}\right)^{n-1}}}{h'(x)}\quad\left(\text{keluarkan }\frac{1}{n\left(\sqrt[n]{f(x)}\right)^{n-1}}\text{ dari kedua ruas}\right)$$

$$=\boxed{\left(\frac{1}{n\left(\sqrt[n]{f(x)}\right)^{n-1}}\right)}\times\boxed{\left(\lim_{x\to a}\frac{f'(x)-g'(x)}{h'(x)}\right)}$$

Pangkat Akar | Nilai Akar | Pangkat Akar − 1 | Aturan L'Hopital, tapi tanpa tanda akar

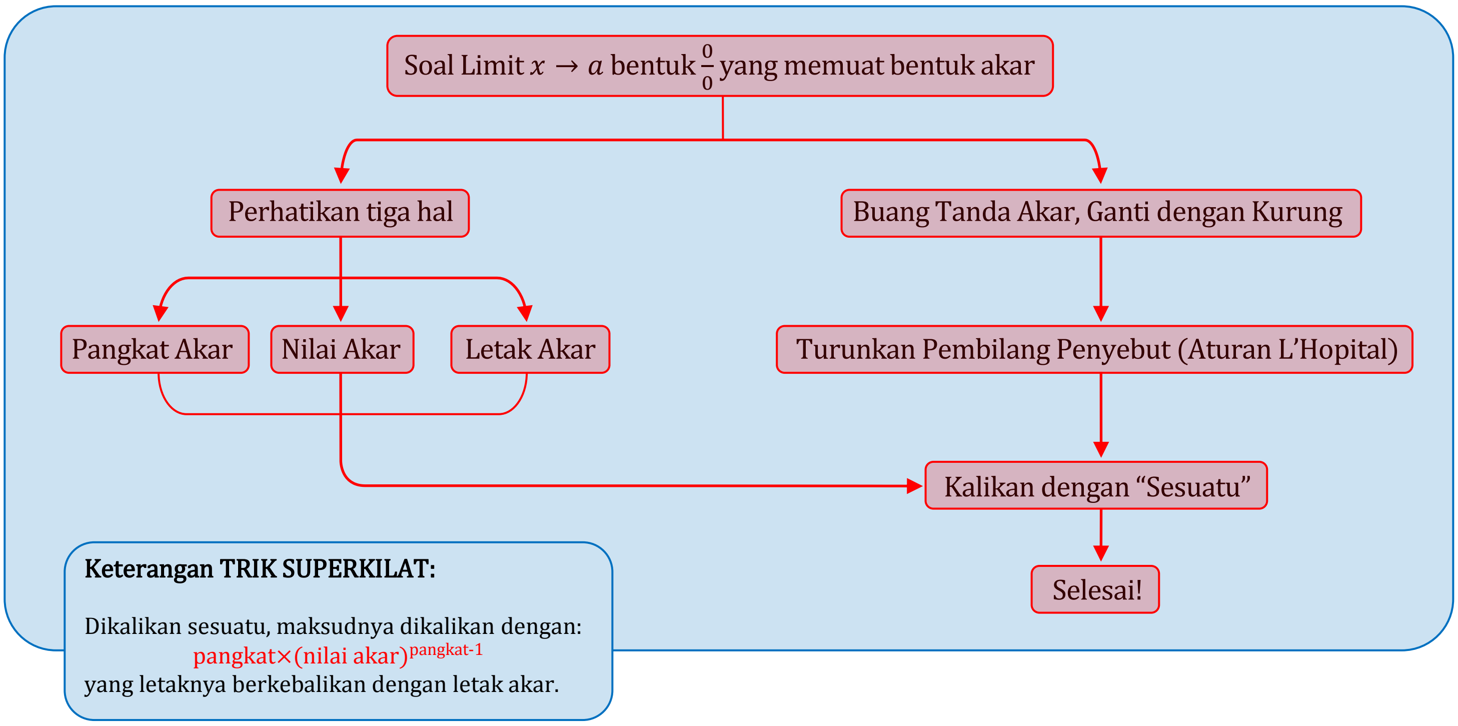
Jadi, kesimpulannya jadilah sebuah TRIK SUPERKILAT, yang Pak Anang beri nama, TURUNAN MODIFIKASI.

Mengapa? Karena prinsipnya sama dengan proses mencari nilai limit dengan menggunakan aturan L'Hopital, yakni dengan mencari turunan pembilang dan penyebut. Namun, TRIK SUPERKILAT tidak menggunakan tanda akar, dan hasilnya nanti harus dikalikan dengan "sesuatu".

Sesuatu itu adalah, pangkat×(nilai akar)$^{\text{pangkat-1}}$ yang harus diletakkan terbalik dengan letak akar semula.

TRIK SUPERKILAT dan LOGIKA PRAKTIS Limit Aljabar Menggunakan Modifikasi Aturan L'Hopital (Turunan Modifikasi).

Cara cepat untuk menyelesaikan limit aljabar yang memuat bentuk akar dan menghasilkan bentuk tak tentu $\frac{0}{0}$ adalah dengan menggunakan modifikasi aturan L'Hopital, yaitu memodifikasi cara mencari turunan dari pembilang atau penyebut bentuk akar. Lalu langkah berikutnya adalah disubstitusikan limitnya ke fungsi. Selesai.



Misal soalnya adalah sebagai berikut:

$$\lim_{x\to 2} \frac{\sqrt{3x+3}-\sqrt{5x-1}}{x^2-4} = \frac{0}{0}$$

Maka tiga hal yang harus segera diperhatikan pada soal adalah:

Periksa akar pangkat berapa?

$$\lim_{x\to 2} \frac{\sqrt{3x+3}-\sqrt{5x-1}}{x^2-4} = \frac{0}{0}$$

$$\Rightarrow \sqrt[2]{\quad} \Rightarrow \textbf{akar pangkat "2"}$$

Periksa nilai dari akar pada soal.

$$\lim_{x\to 2} \frac{\sqrt{3x+3}-\sqrt{5x-1}}{x^2-4} = \frac{0}{0}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\mathbf{3x+3}} = \sqrt{\mathbf{3(2)+3}} = \sqrt{\mathbf{9}} = \textbf{"3"}$$

Lihat letak akar!
Kalau di atas tulis di bawah.
Kalau di bawah tulis di atas.

Apa yang ditulis?

pangkat × (nilai akar)$^{\text{pangkat}-1}$

$$\lim_{x\to 2} \frac{\sqrt{3x+3}-\sqrt{5x-1}}{x^2-4} = \frac{0}{0}$$

$$\Rightarrow \textbf{akar berada di atas} \Rightarrow \textbf{tulis di bawah}$$

$$\Rightarrow \frac{\mathbf{1}}{\textbf{pangkat} \times (\textbf{nilai akar})^{\textbf{pangkat}-\mathbf{1}}}$$

Nah sekarang praktek mengerjakan soalnya:

Tentukan nilai dari:

$$\lim_{x\to 2} \frac{\sqrt{3x+3}-\sqrt{5x-1}}{x^2-4} = \ ....$$

Perhatikan soal!

$$\lim_{x\to 2} \frac{\sqrt{3x+3}-\sqrt{5x-1}}{x^2-4}$$

Buang tanda akar!
Ganti akar dengan tanda kurung

$$\lim_{x\to 2} \frac{(3x+3)-(5x-1)}{x^2-4}$$

Gunakan aturan L'Hopital!
Mencari turunan dari
pembilang dan penyebut

$$\lim_{x\to 2} \frac{\frac{d}{dx}[(3x+3)-(5x-1)]}{\frac{d}{dx}[x^2-4]}$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to 2} \frac{3-5}{2x} = \lim_{x\to 2} \frac{-2}{2x} = \frac{-2}{2(2)} = \frac{-2}{4}$$

Masih ingat apa yang ditulis?
Pangkat = 2
Nilai Akar = 3
Letak Akar = di atas

$$\frac{-2}{4} \times \frac{1}{\text{pangkat}\times(\text{nilai akar})^{\text{pangkat-1}}}$$

$$\Rightarrow \frac{-2}{4} \times \frac{1}{2\cdot(3)^{2-1}} = \frac{-2}{4} \times \frac{1}{6} = -\frac{1}{12}$$

Selesai...!!!!

$$\therefore \lim_{x\to 2} \frac{\sqrt{3x+3}-\sqrt{5x-1}}{x^2-4} = -\frac{1}{12}$$

Contoh Pengerjaan TRIK SUPERKILAT Modifikasi Aturan L'Hopital Versi Lebih Singkat:

Tentukan nilai dari:

$$\lim_{x\to 2} \frac{\sqrt{2x+1}-\sqrt{4x-3}}{5x-15} = \ ....$$

Keterangan TRIK SUPERKILAT:

Dikalikan sesuatu, maksudnya dikalikan dengan:
pangkat×(nilai akar)$^{\text{pangkat-1}}$
yang letaknya berkebalikan dengan letak akar.

Sehingga,

Diturunkan tanpa tanda akar

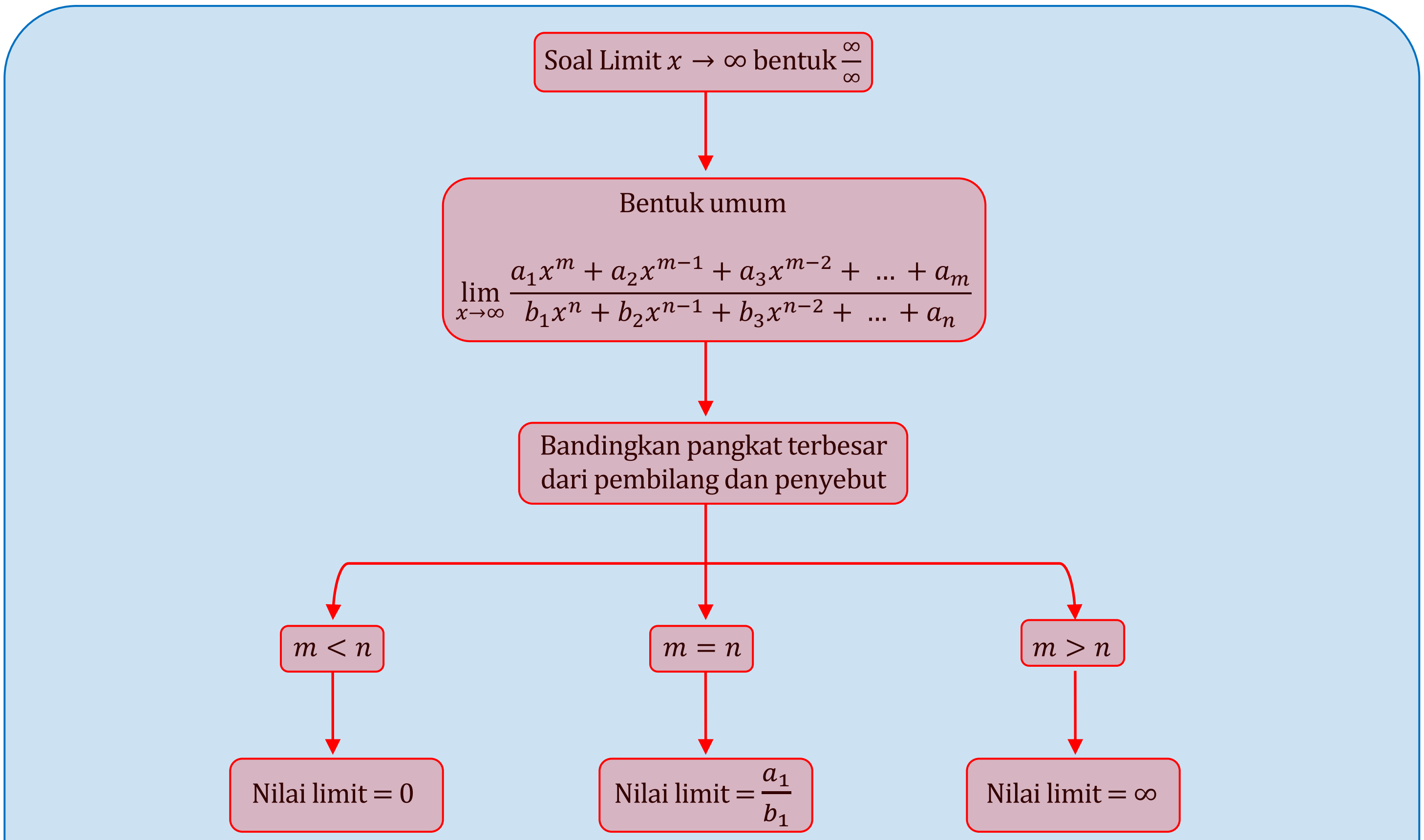
Dikalikan "sesuatu"

$$\lim_{x\to 2} \frac{\boxed{\sqrt{2x+1}-\sqrt{4x-3}}}{\boxed{5x-10}} = \lim_{x\to 2} \frac{\boxed{2-4}}{\boxed{5}} \times \boxed{\frac{1}{2\sqrt{5}}} = \frac{-2}{5} \times \frac{1}{2\sqrt{5}} = -\frac{1}{5\sqrt{5}} = -\frac{1}{25}\sqrt{5}$$

Diturunkan tanpa tanda akar

TRIK SUPERKILAT dan LOGIKA PRAKTIS Limit Aljabar Menuju Tak Hingga dengan Membagi Variabel Pangkat Tertinggi.

Cara cepat untuk menyelesaikan limit aljabar menuju tak hingga dengan membagi variabel pangkat tertinggi adalah dengan membandingkan pangkat variabel pada pembilang dan penyebut. Selesai.



LOGIKA PRAKTIS menghafalkan:
Ingat, kecil $\Rightarrow 0$, besar $\Rightarrow \infty$

Kalau pangkat terbesar di bawah berarti nol. Bawah itu KEEEECIIIILLLL....
Kalau pangkat tertinggi di atas berarti tak hingga. Atas itu BEESAAAARRR....
Jika pangkat tertinggi ada di atas dan di bawah, maka lihat koefisiennya saja.

Selesai!

Misal soalnya adalah sebagai berikut:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{5x^3 + 2x - 15}{2x^4 - 3x^2 + 1} = \dots$$

Kalau pangkat terbesar di bawah berarti nol. Bawah itu KEEEECIIIILLLL....
Jadi nilai limitnya sama dengan nol.

Maka satu yang harus segera diperhatikan pada soal adalah pangkat terbesar ada di bawah.....
Berarti KEEECIIIIILLLLL.... Sehingga nilai limitnya adalah 0 (nol).

Perbandingan koefisien bertanda positif

$$\lim_{x\to\infty} \frac{2x^3 + 5x^2 + 7}{3x^2 + 13x + 5} = \dots$$

Kalau pangkat terbesar di atas berarti tak hingga. Atas itu BEEESAAARR....
Jadi nilai limitnya sama dengan positif tak hingga, perbandingannya positif..

Maka satu yang harus segera diperhatikan pada soal adalah pangkat terbesar ada di atas.....
Berarti BEEESAAAARRRRRR.... Sehingga nilai limitnya adalah $+\infty$ (positif tak terhingga).

$$\lim_{x\to\infty} \frac{4x^3 + 5x - 21}{3x^3 + 7x^2 - 4} = \dots$$

Kalau pangkat terbesar di atas dan di bawah berarti nilai limitnya adalah hasil pembagian koefisien yang memuat variabel pangkat tertinggi, yaitu $\frac{4}{3}$.

Apabila pangkat terbesar ada di atas dan di bawah, maka nilai limitnya adalah hasil pembagian koefisien variabel pangkat tertinggi tersebut.

TRIK SUPERKILAT dan LOGIKA PRAKTIS Limit Aljabar Menuju Tak Hingga dengan Mengalikan Bentuk Sekawan Akar.

Cara cepat untuk menyelesaikan limit aljabar menuju tak hingga dengan mengalikan bentuk sekawan akar adalah membandingkan koefisien suku derajat dua dan suku derajat satu di dalam tanda akar. Selesai.

Soal Limit $x \to \infty$ bentuk $\infty - \infty$

Bentuk umum

$$\lim_{x\to\infty} \sqrt{ax^2+bx+c} - \sqrt{px^2+qx+r}$$

Bandingkan koefisien suku derajat dua di dalam tanda akar

$a < p$ → Nilai limit $= -\infty$

$a = p$ → Nilai limit $= \frac{b-p}{2\sqrt{a}}$

$a > p$ → Nilai limit $= +\infty$

LOGIKA PRAKTIS menghafalkan:
Ingat, akar tanda positif $\Rightarrow +\infty$, akar tanda negatif $\Rightarrow -\infty$

Kalau koefisien terbesar di akar bertanda positif. Maka nilai limit POSITIF TAK HINGGA....
Kalau koefisien terbesar di akar bertanda negatif. Maka nilai limit NEGATIF TAK HINGGA....
Jika koefisien tertinggi sama pada kedua bentuk akar, maka gunakan rumusnya.

Selesai!

Misal soalnya adalah sebagai berikut:

$$\lim_{x\to\infty} \sqrt{2x^2+3x-4} - \sqrt{x^2-7x-1} = \ldots.$$

Kalau koefisien terbesar ada di akar bertanda positif.
Maka nilai limit adalah POSITIF TAK HINGGAAAAAAA....

Maka satu yang harus segera diperhatikan pada soal adalah koefisien terbesar ada di akar bertanda positif. Sehingga nilai limitnya adalah $+\infty$ (positif tak hingga).

$$\lim_{x\to\infty} \sqrt{x^2+3x-4} - \sqrt{2x^2-7x-1} = \ldots.$$

Kalau koefisien terbesar ada di akar bertanda negatif.
Maka nilai limit adalah NEGATIF TAK HINGGAAAAAAA....

Maka satu yang harus segera diperhatikan pada soal adalah koefisien terbesar ada di akar bertanda positif. Sehingga nilai limitnya adalah $-\infty$ (negatif tak hingga).

a

$$\lim_{x\to\infty} \sqrt{2x^2+3x-4} - \sqrt{2x^2-7x-1} = \ldots.$$

$b - p$

Kalau koefisien terbesar ada di kedua bentuk akar.
Maka nilai limit adalah $\frac{b-p}{2\sqrt{a}}$....

Maka satu yang harus segera diperhatikan pada soal adalah koefisien terbesar ada di kedua bentuk akar.
Sehingga nilai limitnya adalah $\frac{b-p}{2\sqrt{a}} = \frac{3-(-7)}{2\sqrt{2}} = \frac{10}{2\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{5}{2}\sqrt{2}$

TRIK SUPERKILAT dan LOGIKA PRAKTIS Limit Trigonometri Menggunakan Aturan Sinta Coret.

Cara cepat untuk menyelesaikan limit trigonometri yang memuat bentuk sinus atau tangen dan menghasilkan bentuk tak tentu $\frac{0}{0}$ adalah dengan mencoret sinus dan tangen sehingga tinggal menyisakan sudutnya saja. Lalu langkah berikutnya adalah mencoret variabel yang sama pada pembilang dan penyebut. Selesai.

Soal Limit Fungsi Trigonometri $x \to 0$ bentuk $\frac{0}{0}$

↓

Jika limit memuat bentuk sin atau tan,
maka coret sin atau tan.
Lalu sederhanakan bentuk yang tersisa.

$$\lim_{x\to0} \frac{\cancel{\sin} \cancel{x}}{\cancel{x}} = \lim_{x\to0} \frac{\cancel{x}}{\cancel{\sin} \cancel{x}} = 1$$

$$\lim_{x\to0} \frac{\cancel{\tan} \cancel{x}}{\cancel{x}} = \lim_{x\to0} \frac{\cancel{x}}{\cancel{\tan} \cancel{x}} = 1$$

$$\lim_{x\to0} \frac{\cancel{\sin} \cancel{x}}{\cancel{\tan} \cancel{x}} = \lim_{x\to0} \frac{\cancel{\tan} \cancel{x}}{\cancel{\sin} \cancel{x}} = 1$$

$$\lim_{x\to0} \frac{\cancel{\sin} \cancel{x}}{\cancel{\sin} \cancel{x}} = \lim_{x\to0} \frac{\cancel{\tan} \cancel{x}}{\cancel{\tan} \cancel{x}} = 1$$

$$\lim_{x\to0} \frac{\cancel{\sin} a\cancel{x}}{b\cancel{x}} = \lim_{x\to0} \frac{a\cancel{x}}{\cancel{\sin} b\cancel{x}} = \frac{a}{b}$$

$$\lim_{x\to0} \frac{\cancel{\tan} a\cancel{x}}{b\cancel{x}} = \lim_{x\to0} \frac{a\cancel{x}}{\cancel{\tan} b\cancel{x}} = \frac{a}{b}$$

$$\lim_{x\to0} \frac{\cancel{\sin} a\cancel{x}}{\cancel{\tan} b\cancel{x}} = \lim_{x\to0} \frac{\cancel{\tan} a\cancel{x}}{\cancel{\sin} b\cancel{x}} = \frac{a}{b}$$

$$\lim_{x\to0} \frac{\cancel{\sin} a\cancel{x}}{\cancel{\sin} b\cancel{x}} = \lim_{x\to0} \frac{\cancel{\tan} a\cancel{x}}{\cancel{\tan} b\cancel{x}} = \frac{a}{b}$$

Contoh Soal

$$\lim_{x\to0} \frac{\cancel{x}\cancel{\sin} 2\cancel{x}}{5\cancel{x}\cancel{\tan} 3\cancel{x}} = \frac{1\cdot2}{3\cdot5} = \frac{2}{15}$$

Coret sin dan tan, sederhanakan bentuk tersisa! Selesai!

$$\lim_{x\to0} \frac{5x \sin^2 2x}{3x^2 \tan x} = \lim_{x\to0} \frac{5\cancel{x}\cancel{\sin} 2\cancel{x}\cancel{\sin} 2\cancel{x}}{3\,\cancel{x}\,\cancel{x}\cancel{\tan}\cancel{x}} = \frac{5\cdot2\cdot2}{3} = \frac{20}{3}$$

Coret sin dan tan, sederhanakan bentuk tersisa! Selesai!

$$\lim_{x\to0} \frac{5x^2 \tan 3x}{\sin^3 2x} = \lim_{x\to0} \frac{5\cancel{x}\,\cancel{x}\cancel{\tan} 3\cancel{x}}{\sin 2\cancel{x}\cancel{\sin} 2\cancel{x}\cancel{\sin} 2\cancel{x}} = \frac{5\cdot5\cdot3}{2\cdot2\cdot2} = \frac{75}{8}$$

Coret sin dan tan, sederhanakan bentuk tersisa! Selesai!

$$\lim_{x\to0} \frac{\cancel{\sin} 3x + \cancel{\tan} 6x}{4x} = \lim_{x\to0} \frac{3x + 6x}{4x} = \lim_{x\to0} \frac{9\cancel{x}}{4\cancel{x}} = \frac{9}{4}$$

Coret sin dan tan, sederhanakan bentuk tersisa! Selesai!

$$\lim_{x\to0} \frac{5x^2}{x(\cancel{\tan} 7x - \cancel{\sin} 3x)} = \lim_{x\to0} \frac{5x^2}{x(7x - 3x)} = \lim_{x\to0} \frac{5\cancel{x^2}}{4\cancel{x^2}} = \frac{5}{4}$$

Coret sin dan tan, sederhanakan bentuk tersisa! Selesai!

TRIK SUPERKILAT dan LOGIKA PRAKTIS Limit Trigonometri Menggunakan Aturan Hapus Kosinus.

Cara cepat untuk menyelesaikan limit trigonometri yang memuat bentuk kosinus “jahat” dan menghasilkan bentuk tak tentu $\frac{0}{0}$ adalah dengan menghapus fungsi kosinus yang bernilai 1. Lalu langkah berikutnya adalah mencoret variabel yang sama pada pembilang dan penyebut. Selesai.

Soal Limit Fungsi Trigonometri $x \to 0$ bentuk $\frac{0}{0}$

↓

Jika limit memuat bentuk cos “jahat”,
maka hapus cos.
Lalu sederhanakan bentuk yang tersisa.

↓

$$\lim_{x\to 0} \cancel{\cos x} = \lim_{x\to 0} \frac{1}{\cancel{\cos x}} = 1$$

$$\lim_{x\to 0} \cancel{\cos ax} = \lim_{x\to 0} \frac{1}{\cancel{\cos ax}} = 1$$

Contoh Soal

$$\lim_{x\to 0} \frac{\cancel{\cos x}}{x} = \lim_{x\to 0} \frac{1}{x} = \frac{1}{0} = \infty$$

Hapus cos, sederhanakan bentuk tersisa! Selesai!

$$\lim_{x\to 0} \frac{3x}{\cancel{\cos 7x}} = \lim_{x\to 0} 3x = 0$$

Hapus cos, sederhanakan bentuk tersisa! Selesai!

$$\lim_{x\to 0} \frac{2x\cancel{\cos 5x}}{3\sin x} = \lim_{x\to 0} \frac{2\cancel{x}}{3\cancel{\sin x}} = \lim_{x\to 0} \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$$

Hapus cos, sederhanakan bentuk tersisa! Selesai!

$$\lim_{x\to 0} \frac{\cancel{\sin}\, 3x + x\cancel{\cos 2x}}{\cancel{\tan}\, 5x\cancel{\cos 7x}} = \lim_{x\to 0} \frac{3x + x}{5x} \lim_{x\to 0} \frac{4\cancel{x}}{5\cancel{x}} = \lim_{x\to 0} \frac{4}{5} = \frac{4}{5}$$

Hapus cos, sederhanakan bentuk tersisa! Selesai!

$$\lim_{x\to 0} \frac{2x^2\cancel{\cos x}}{x\cancel{\sin}\, 3x} = \lim_{x\to 0} \frac{2\cancel{x}\,\cancel{x}}{\cancel{x}\,3\cancel{x}} = \lim_{x\to 0} \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$$

Hapus cos, sederhanakan bentuk tersisa! Selesai!

$$\lim_{x\to 0} \frac{3x\cancel{\cos 2x}}{x\cancel{\cos^2 5x}} = \lim_{x\to 0} \frac{3\cancel{x}}{\cancel{x}} = \lim_{x\to 0} \frac{3}{1} = 3$$

Hapus cos, sederhanakan bentuk tersisa! Selesai!

TRIK SUPERKILAT dan LOGIKA PRAKTIS Limit Trigonometri Menggunakan Aturan Ubah Kosinus.

Cara cepat untuk menyelesaikan limit trigonometri yang memuat bentuk kosinus “baik” dan menghasilkan bentuk tak tentu $\frac{0}{0}$ adalah dengan mengubah fungsi kosinus yang menyebabkan nilai limit menjadi 0 dengan menggunakan sifat identitas trigonometri. Lalu langkah berikutnya adalah mencoret variabel yang sama pada pembilang dan penyebut. Selesai.

Soal Limit Fungsi Trigonometri $x \to 0$ bentuk $\frac{0}{0}$

↓

Jika limit memuat bentuk cos “baik”,
maka ubah cos.
Lalu sederhanakan bentuk yang tersisa.

↓

$$\lim_{x\to 0} \frac{\mathbf{1-\cos}\, \boldsymbol{ax}}{x^2} = \lim_{x\to 0} \frac{\mathbf{\frac{1}{2}}\ \boldsymbol{ax\, ax}}{x^2} = \frac{1}{2}a^2$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\mathbf{\cos}\, \boldsymbol{ax} \mathbf{-1}}{x^2} = \lim_{x\to 0} \frac{\mathbf{-\frac{1}{2}}\ \boldsymbol{ax\, ax}}{x^2} = -\frac{1}{2}a^2$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\mathbf{\cos}\, \boldsymbol{ax} - \mathbf{\cos}\, \boldsymbol{bx}}{x^2} = \lim_{x\to 0} \frac{\mathbf{\frac{1}{2}}\ \boldsymbol{bx\, bx} - \mathbf{\frac{1}{2}}\ \boldsymbol{ax\, ax}}{x^2} = \frac{1}{2}(b^2 - a^2)$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\mathbf{1-\cos^2}\, \boldsymbol{ax}}{x^2} = \lim_{x\to 0} \frac{\boldsymbol{ax\, ax}}{x^2} = a^2$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\mathbf{\cos^2}\, \boldsymbol{ax} \mathbf{-1}}{x^2} = \lim_{x\to 0} \frac{-\ \boldsymbol{ax\, ax}}{x^2} = -\ a^2$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\mathbf{\cos^2}\, \boldsymbol{ax} - \mathbf{\cos^2}\, \boldsymbol{bx}}{x^2} = \lim_{x\to 0} \frac{\boldsymbol{bx\, bx} - \ \boldsymbol{ax\, ax}}{x^2} = (b^2 - a^2)$$

Contoh Soal

$$\lim_{x\to 0} \frac{\mathbf{1-\cos 2}\boldsymbol{x}}{3x^2} = \lim_{x\to 0} \frac{\cancel{\mathbf{\tfrac{1}{2}}}\, \mathbf{2}\cancel{\boldsymbol{x}}\ \mathbf{2}\cancel{\boldsymbol{x}}}{3\ \cancel{x}\ \cancel{x}} = \lim_{x\to 0} \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$$

Ubah cos, sederhanakan bentuk tersisa! Selesai!

$$\lim_{x\to 0} \frac{\mathbf{1-\cos^2 2}\boldsymbol{x}}{3x^2} = \lim_{x\to 0} \frac{\mathbf{2}\cancel{\boldsymbol{x}}\ \mathbf{2}\cancel{\boldsymbol{x}}}{3\ \cancel{x}\ \cancel{x}} = \lim_{x\to 0} \frac{2\cdot 2}{3} = \lim_{x\to 0} \frac{4}{3} = \frac{4}{3}$$

Ubah cos, sederhanakan bentuk tersisa! Selesai!

Penjelasan detailnya langkah-langkah TRIK SUPERKILAT beserta contoh-contoh soal akan segera dilanjutkan di http://pak-anang.blogspot.com. :)

Jadi pastikan untuk selalu mengunjungi laman web berikut:
http://pak-anang.blogspot.com/2013/01/smart-solution-un-matematika-sma-2013_23.html
untuk mengecek dan mengunduh update versi terbaru terbaru TRIK SUPERKILAT UN Matematika SMA 2013 pada bab Limit Fungsi Aljabar dan Limit Fungsi Trigonometri ini….

Pembahasan TRIK SUPERKILAT pada contoh soal yang serupa pada UN 2012 kemarin:

1. Nilai $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{5x}{3-\sqrt{9+x}} = \ldots.$

   ~~A.~~ -30
   B. -27
   C. 15
   D. 30
   E. 36

$$\begin{aligned}
\lim_{x\to 0} \frac{5x}{3-\sqrt{9+x}} &= \lim_{x\to 0} \frac{5x}{3-\sqrt{9+x}} \times \frac{3+\sqrt{9+x}}{3+\sqrt{9+x}} \\
&= \lim_{x\to 0} \frac{5x\cdot\left(3+\sqrt{9+x}\right)}{9-(9+x)} \\
&= \lim_{x\to 0} \frac{\cancel{5x}\cdot\left(3+\sqrt{9+x}\right)}{\cancel{-x}} \\
&= \lim_{x\to 0} -5\cdot\left(3+\sqrt{9+x}\right) \\
&= -5\cdot\left(3+\sqrt{9}\right) \\
&= -5\cdot 6 \\
&= -30
\end{aligned}$$

TRIK SUPERKILAT:

$$\lim_{x\to 0} \frac{5x}{3-\sqrt{9+x}} = \frac{5}{-1}\cdot\frac{2\cdot 3}{1} = -30$$

2. Nilai $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{1-x}{2-\sqrt{x+3}} = \ldots.$

   A. 8
   ~~B.~~ 4
   C. 0
   D. -4
   E. -8

$$\begin{aligned}
\lim_{x\to 1} \frac{1-x}{2-\sqrt{x+3}} &= \lim_{x\to 1} \frac{1-x}{2-\sqrt{x+3}} \times \frac{2+\sqrt{x+3}}{2+\sqrt{x+3}} \\
&= \lim_{x\to 1} \frac{(1-x)\cdot\left(2+\sqrt{x+3}\right)}{4-(x+3)} \\
&= \lim_{x\to 1} \frac{\cancel{(1-x)}\cdot\left(2+\sqrt{x+3}\right)}{\cancel{(1-x)}} \\
&= \lim_{x\to 1}\left(2+\sqrt{x+3}\right) \\
&= 2+\sqrt{1+3} \\
&= 2+\sqrt{4} \\
&= 2+2 \\
&= 4
\end{aligned}$$

TRIK SUPERKILAT:

$$\lim_{x\to 1} \frac{1-x}{2-\sqrt{x+3}} = \frac{-1}{-1}\cdot\frac{2\cdot 2}{1} = 4$$

3. Nilai $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{2-\sqrt{x+1}}{x-3} = \ldots.$

   ~~A.~~ $-\dfrac{1}{4}$
   B. $-\dfrac{1}{2}$
   C. 1
   D. 2
   E. 4

$$\begin{aligned}
\lim_{x\to 1} \frac{2-\sqrt{x+1}}{x-3} &= \lim_{x\to 3} \frac{2-\sqrt{x+1}}{x-3} \times \frac{2+\sqrt{x+1}}{2+\sqrt{x+1}} \\
&= \lim_{x\to 3} \frac{4-(x+1)}{(x-3)\cdot\left(2+\sqrt{x+1}\right)} \\
&= \lim_{x\to 3} \frac{\cancel{(3-x)}}{\cancel{(x-3)}\cdot\left(2+\sqrt{x+1}\right)} \\
&= \lim_{x\to 3} \frac{-1}{\left(2+\sqrt{x+1}\right)} \\
&= \frac{-1}{2+\sqrt{4}} \\
&= -\frac{1}{4}
\end{aligned}$$

TRIK SUPERKILAT:

$$\lim_{x\to 3} \frac{2-\sqrt{x+1}}{x-3} = \frac{-1}{1}\cdot\frac{1}{2\cdot 2} = -\frac{1}{4}$$

4. Nilai $\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos 2x}{x\tan 2x} = \ldots$

A. -2
B. -1
C. 0
D. 1
E. 2

$$\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos 2x}{x\tan 2x} = \lim_{x\to 0} \frac{1-(1-2\sin^2 x)}{x\tan 2x}$$
$$= \lim_{x\to 0} \frac{2\sin^2 x}{x\tan 2x}$$
$$= \lim_{x\to 0} \frac{2\sin x \sin x}{x\tan 2x} \cdot \frac{x}{x} \cdot \frac{2x}{2x}$$
$$= \lim_{x\to 0} 2 \cdot \frac{\sin x}{x} \cdot \frac{\sin x}{x} \cdot \frac{2x}{\tan 2x} \cdot \frac{x}{2x}$$
$$= 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} = 1$$

TRIK SUPERKILAT:

$$\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos 2x}{x\tan 2x} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2}{1 \cdot 2} = 1$$

5. Nilai $\lim_{x\to 0} \frac{\cos 4x - 1}{x\tan 2x} = \ldots$

A. 4
B. 2
C. -1
D. -2
E. -4

$$\lim_{x\to 0} \frac{\cos 4x - 1}{x\tan 2x} = \lim_{x\to 0} \frac{(1-2\sin^2 2x)-1}{x\tan 2x}$$
$$= \lim_{x\to 0} \frac{-2\sin^2 2x}{x\tan 2x}$$
$$= \lim_{x\to 0} \frac{-2\sin 2x \sin 2x}{x\tan 2x} \cdot \frac{2x}{2x} \cdot \frac{2x}{2x}$$
$$= \lim_{x\to 0} -2 \cdot \frac{\sin 2x}{2x} \cdot \frac{\sin 2x}{2x} \cdot \frac{2x}{\tan 2x} \cdot \frac{2x}{x}$$
$$= -2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 2 = -4$$

TRIK SUPERKILAT:

$$\lim_{x\to 0} \frac{\cos 4x - 1}{x\tan 2x} = \frac{-\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4}{1 \cdot 2} = -4$$

Jika adik-adik butuh ’bocoran’ butir soal Ujian Nasional tahun 2013, maka adik-adik bisa download di http://pak-anang.blogspot.com/2012/11/prediksi-soal-un-matematika-sma-2013.html. Semua soal tersebut disusun sesuai kisi-kisi SKL UN tahun 2013 yang dikeluarkan secara resmi oleh BSNP tanggal 20November 2012 yang lalu.

Kisi-kisi SKL UN SMA tahun 2013 untuk versi lengkap semua mata pelajaran bisa adik-adik lihat di http://pak-anang.blogspot.com/2012/11/kisi-kisi-skl-un-2013.html.

Pak Anang.